ISSAT DE GABES UNIVERSITE DE GABES		**A.U. : 2020-2021**

Série N^o 2

Exercice N°1. Soient $a \in \mathbb{R}$ et $\omega > 0$. On considère les fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}_+$. Calculer la transformée de Laplace de la fonction f dans chacun des cas suivant.

1) $f(t) = e^{at}$
2) $f(t) = \cos(t)$
3) $f(t) = \sin(t)$
4) $f(t) = \sin(t - \frac{3\pi}{4})$
5) $f(t) = e^{at}\sin(\omega t)$
6) $f(t) = \operatorname{ch}(t)\sin(\omega t)$
7) $f(t) = t$
8) $f(t) = t^n$
9) $f(t) = t\sin(t)$
10) $f(t) = \frac{\sin(t)}{t}$
11) $f(t) = \int_0^t \cos(x)dx$
12) $f(x) = \int_0^x e^{-t}\sin(x-t)dt$

Exercice N°2. Évaluer les intégrales suivantes en les considérant comme des valeurs particulières de transformées de Laplace.

$$I = \int_0^{+\infty} e^{-3x}\cos(x)dx \qquad J = \int_0^{+\infty} e^{-5x}\operatorname{ch}(x)\sin(x)dx$$

Exercice N°3. Déterminer les originaux suivants.

1) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{(s+3)(s+4)}\right]$
2) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{(s+5)^2}\right]$
3) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s-1}{s^2+2s+5}\right]$
4) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{(s+2)(s^2+2s+5)}\right]$
5) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{e^{-2s}}{s+3}\right]$
6) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{(s+1)^2}\right]$

Exercice N°4.

1) Déterminer l'original de la fonction F définie par

$$\forall s > 1, \quad F(s) = \frac{1}{s(s-1)(s^2+1)}$$

2) Résoudre, à l'aide de la transformée de Laplace, l'équation différentielle suivante

$$y''(t) - y'(t) = \sin(t), \quad t > 0$$

avec $y(0) = y'(0) = 0$.

Exercice N°5. Résoudre à l'aide de la transformée de Laplace les équations différentielles suivantes.

1) $y'(t) + y(t) = t, \quad t > 0$, avec $y(0) = 0$
2) $y''(t) + y(t) = 1, \quad t > 0$, avec $y(0) = y'(0) = 0$
3) $y''(t) - 4y(t) = 3e^{-t} - t^2, \quad t > 0$, avec $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$
4) $y''(t) + y(t) = e^t\cos(t), \quad t > 0$, avec $y(0) = y'(0) = 0$